

CONTROLADOR DINÂMICO ADAPTATIVO DE SEGUIMENTO DE TRAJETÓRIA PARA ROBÔS MÓVEIS

FELIPE N. MARTINS, WANDERLEY C. CELESTE, MÁRIO SARCINELLI FILHO E TEODIANO F. BASTOS FILHO

*Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Espírito Santo
Av. Fernando Ferrari, 514 29075-910 Vitória ES, Brasil
E-mails: felipe.n.martins@gmail.com, {wanderley, mario.sarcinelli,
tfbastos}@ele.ufes.br*

RICARDO CARELLI

*Instituto de Automática, Universidad Nacional de San Juan
Av. San Martín (Oeste) 1109, 5400 San Juan, Argentina
E-mail: rcarelli@inaut.unsj.edu.ar*

Abstract— This paper proposes an adaptive controller to guide a unicycle-like mobile robot during trajectory tracking. First, the desired values for the linear and angular velocities are generated based on the kinematic model of the robot. Such values are then dealt with to compensate the robot dynamics and to generate the robot commands. The parameters representing the robot dynamics are updated on-line, thus providing smaller errors and better performance. Stability proofs for the control system thus designed are presented. Simulation and experimental results are also presented, and show the good performance of the proposed controller for trajectory tracking and robot positioning as well.

Keywords— Dynamic model, mobile robots, non-linear systems, trajectory tracking, adaptive controller.

Resumo— Este artigo apresenta um controlador adaptativo que permite a um robô móvel unicycle seguir uma trajetória. Primeiro os valores desejados para as velocidades linear e angular do robô são gerados com base em sua cinemática. Esses valores são, então, tratados para compensar a dinâmica do robô e enviar os comandos para seu acionamento. Os parâmetros que representam a dinâmica do robô são adaptados *on-line*, resultando em redução de erros e melhoria de desempenho perante incerteza em tais parâmetros. Provas de estabilidade para o sistema proposto são apresentadas. Resultados de simulação e experimentais mostram que o controlador proposto apresenta bom desempenho para objetivos de seguimento de trajetória e de posicionamento do robô.

Palavras-chave— Modelo dinâmico, robôs móveis, sistemas não lineares, seguimento de trajetória, controlador adaptativo.

1 Introdução

Para realizar tarefas que requerem alta velocidade e/ou transporte de cargas pesadas, é importante considerar a dinâmica do robô. No caso de transporte de cargas, por exemplo, as características dinâmicas do robô, tais como, massa, centro de gravidade e inércia, mudam quando este está carregado. Para manter um bom desempenho, o controlador deve ser capaz de adaptar-se a tais mudanças. A adaptação é igualmente importante quando há dificuldade em se modelar o sistema com exatidão, mesmo não ocorrendo variações de parâmetros de uma tarefa a outra.

Diversos estudos têm sido publicados considerando o projeto de controladores que permitem aos robôs móveis seguirem determinada trajetória. Alguns são baseados apenas na cinemática do robô (Carelli *et al.*, 1999; Wu *et al.*, 1999). Outros compensam sua dinâmica. Em (Das e Kar, 2006), por exemplo, é apresentado um controlador adaptativo baseado em lógica fuzzy, onde a incerteza do sistema, a qual inclui variação dos parâmetros dinâmicos do robô, é estimada, o que permite o ajuste *on-line* dos parâmetros. Em (Fukao *et al.*, 2000) é apresentado um controlador de seguimento de trajetória adaptativo para um modelo dinâmico do robô móvel baseado em torque. Nesse caso, os parâmetros dinâmicos do robô não são identificados, e os resultados apresentados contemplam apenas simulação. Outros controladores de seguimen-

to de trajetória baseados na dinâmica do robô são apresentados em (Liu *et al.*, 2004) e (Dong e Guo, 2005). Entretanto, os resultados apresentados nesses trabalhos são baseados apenas em simulações.

Em (Kim *et al.*, 2000) e (Lages e Hemerly, 2000) são propostos controladores adaptativos para um robô móvel, dividido em duas partes: uma baseada na cinemática e outra que compensa a dinâmica do robô. O primeiro apresenta um controlador de seguimento de trajetória, enquanto o segundo mostra o controle de posicionamento de robôs móveis. Em ambos os trabalhos os parâmetros adaptados não são parâmetros físicos do robô, e apenas resultados de simulação são apresentados. Além disso, os sinais de controle são torques, enquanto que robôs comerciais normalmente requerem comandos de velocidades linear e angular.

Uma parametrização linear do modelo dinâmico de robôs móveis unicycle é realizada em (De La Cruz, 2006), que também apresenta o projeto de um controlador de seguimento de trajetória que gera comandos de velocidades linear e angular e é baseado no modelo dinâmico do robô. Uma vantagem do controlador apresentado é que seus parâmetros adaptáveis estão diretamente relacionados aos parâmetros físicos do robô. Entretanto, o desempenho do controlador ali proposto será severamente afetado se os parâmetros não forem identificados corretamente ou se variarem com o tempo, devido, por exemplo, a uma mudança de carga.

Neste artigo, é apresentado o projeto de um controlador adaptativo de seguimento de trajetória baseado na dinâmica de um robô uniclo, bem como sua prova de estabilidade baseada na teoria de Lyapunov. O projeto foi dividido em duas partes: um controlador baseado na cinemática do robô e um controlador que compensa sua dinâmica. O segundo é capaz de atualizar os parâmetros estimados, que estão diretamente relacionados aos parâmetros físicos do robô. Ambos funcionam juntos formando um controlador de seguimento de trajetória completo, e foram desenvolvidos com base no modelo dinâmico de De La Cruz (2006).

Resultados de simulação mostram que os parâmetros estimados não divergem mesmo quando o sistema funciona por um longo tempo. Resultados experimentais mostram que o controlador proposto é capaz de fazer o robô seguir uma trajetória enquanto atualiza seus parâmetros, provocando redução no erro, além de permitir ao robô alcançar um ponto de referência fixo.

2 Modelo Dinâmico

O modelo dinâmico do robô móvel uniclo apresentado em (De La Cruz, 2006) é ilustrado na Fig. 1. Ali se destacam as velocidades linear u e angular ω desenvolvidas pelo robô, o ponto de interesse h , com coordenadas x e y no plano XY, a orientação ψ do robô, seu centro de massa G , a posição da roda castor C , a localização da ferramenta E (um braço robótico, por exemplo), e a distância a entre o ponto de interesse e o ponto central do eixo virtual que une as rodas de tração (B).

O modelo completo do robô, como proposto por De La Cruz (2006), é

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \\ \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \cos \psi - a \omega \sin \psi \\ u \sin \psi + a \omega \cos \psi \\ \omega \\ \theta_3 \omega^2 - \theta_4 u \\ \theta_1 \omega^2 - \theta_2 u \\ -\theta_5 u \omega - \theta_6 \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \theta_2 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_x \\ \delta_y \\ 0 \\ \delta_u \\ \delta_\omega \end{bmatrix}. \quad (1)$$

O vetor de parâmetros identificados e o vetor de parâmetros incertos associados ao robô móvel são, respectivamente, $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T$ e $\delta = [\delta_x \ \delta_y \ 0 \ \delta_u \ \delta_\omega]^T$, onde δ_x e δ_y são funções das velocidades devido ao escorregamento das rodas e orientação do robô, δ_u e δ_ω são funções de parâmetros físicos do robô, tais como, massa, momento de inércia, diâmetro das rodas, parâmetros dos motores e de seus servo-controladores, forças nas rodas, e outros. Tais parâmetros são considerados como perturbações.

O modelo em (1) é dividido em uma parte cinemática e uma parte dinâmica, como mostrado na Fig. 2. Portanto, dois controladores são projetados, com base nos modelos cinemático e dinâmico resultantes. Ambos os projetos de controladores seguem a técnica de

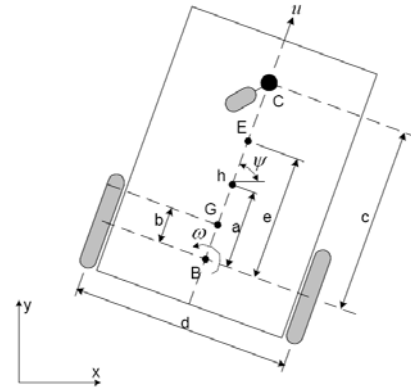


Fig. 1. Robô móvel uniclo.

linearização por realimentação.

3 Controlador Cinemático

3.1 Projeto

O projeto do controlador cinemático é baseado na parte do modelo do robô que corresponde à sua cinemática, a qual é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix},$$

onde a saída é dada pelas coordenadas do ponto de interesse, ou seja, é $\mathbf{h} = [x \ y]^T$. Portanto,

$$\dot{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -a \sin \psi \\ \sin \psi & a \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A cinemática inversa é, portanto,

$$\begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\frac{1}{a} \sin \psi & \frac{1}{a} \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

A lei de controle proposta, baseada na cinemática do robô, é dada por

$$\begin{bmatrix} u_{ref}^c \\ \omega_{ref}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi \\ -\frac{1}{a} \sin \psi & \frac{1}{a} \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_d + l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \\ \dot{y}_d + l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

onde $\tilde{x} = x_d - x$, $\tilde{y} = y_d - y$, $k_x > 0$ e $k_y > 0$ são os ganhos do controlador, $l_x, l_y \in \mathfrak{R}$ são as constantes de saturação, (x, y) e (x_d, y_d) são as posições atual e desejada, respectivamente, e \tilde{x} e \tilde{y} são os erros de posição atuais relativos aos eixos X e Y, respectivamente. O controlador cinemático gera as velocidades linear e angular de referência para o controlador dinâmico, conforme ilustrado na Fig. 3. As funções \tanh evitam a saturação dos sinais de controle.

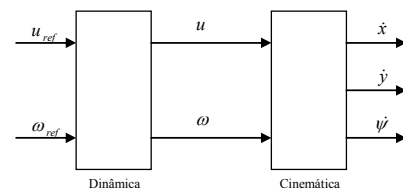


Fig. 2. Diagrama de blocos do modelo dinâmico completo do robô.

3.2 Análise de estabilidade

Nesta análise é suposto um seguimento de velocidade perfeito, permitindo igualar (3) e (4) sob a hipótese de que $u \equiv u_{ref}$ e $\omega \equiv \omega_{ref}$, o que significa ignorar a dinâmica do robô. Deste modo, é obtida a equação de malha fechada

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\tilde{y}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x & 0 \\ 0 & l_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

em termos dos erros de velocidade. Definindo o vetor de erro $\tilde{\mathbf{h}} = [\tilde{x} \ \tilde{y}]^T$, tal equação torna-se

$$\dot{\tilde{\mathbf{h}}} = - \begin{bmatrix} l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) & 0 \\ 0 & l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{h}},$$

que possui um único equilíbrio na origem.

A função candidata de Lyapunov $V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{h}}^T \tilde{\mathbf{h}} > 0$, é considerada, cuja derivada temporal

$$\dot{V} = \tilde{\mathbf{h}}^T \dot{\tilde{\mathbf{h}}} = -\tilde{x} l_x \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) - \tilde{y} l_y \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) < 0$$

é definida negativa. Então, conclui-se que o sistema tem um equilíbrio assintoticamente estável na origem, isto é, $\tilde{x}(t) \rightarrow 0$ e $\tilde{y}(t) \rightarrow 0$ com $t \rightarrow \infty$.

Nota 1. Considerando o caso em que a referência é um ponto de destino fixo, ao invés de uma trajetória, o robô alcança tal ponto e pára. Entretanto, deve ser também garantido que a orientação ψ do robô seja limitada. Ao se observar a Fig.1, pode-se concluir que o robô pára quando alcança o ponto de destino, e $\psi(t) \rightarrow \psi_{cons \tan te}$. Caso contrário, $\tilde{x}(t)$ e $\tilde{y}(t)$ não convergiriam para zero, o que contradiz a prova acima.

Nota 2. O resultado de estabilidade para o controlador cinemático acima será revisado na próxima seção, onde um controlador dinâmico adaptativo é adicionado ao esquema completo de controle.

4 Controlador Dinâmico Adaptativo

4.1 Projeto

O controlador dinâmico adaptativo recebe como referências as velocidades linear e angular geradas pelo controlador cinemático, e gera outros valores de velocidades linear e angular, que são enviados como sinais de comando aos servo-controladores do robô, como mostrado na Fig. 3.

O projeto do controlador dinâmico adaptativo é baseado no modelo dinâmico parametrizado do robô, obtido de (1), que é

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\omega} & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix},$$

e que pode ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

ou, de forma mais compacta, como $\mathbf{v}_{ref} = \mathbf{D}\dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\eta}$,

onde $\mathbf{v}_{ref} = [u_{ref} \ \omega_{ref}]^T$, $\mathbf{v} = [u \ \omega]^T$,

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix}, \quad \text{e}$$

$\mathbf{D} = \text{diag}(\theta_1, \theta_2)$.

A lei de controle proposta, baseada na dinâmica inversa, é

$$\begin{bmatrix} u_{ref} \\ \omega_{ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix},$$

a qual pode ser reescrita como

$$\mathbf{v}_{ref} = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\eta}, \quad (7)$$

onde $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \ \sigma_2]^T$, com

$$\sigma_1 = \dot{u}_{ref}^c + k_u \tilde{u}, \quad k_u > 0, \quad \sigma_2 = \dot{\omega}_{ref}^c + k_\omega \tilde{\omega}, \quad k_\omega > 0,$$

$$\tilde{u} = u_{ref}^c - u \quad \text{e} \quad \tilde{\omega} = \omega_{ref}^c - \omega.$$

A Eq. (7) pode ser também escrita como

$$\mathbf{v}_{ref} = \mathbf{G}(\sigma_1, \sigma_2, u, \omega)\boldsymbol{\theta}, \quad (8)$$

onde

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & -\omega^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 & u\omega & \omega \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6]^T.$$

Entretanto, se os parâmetros do robô são incertos, a lei de controle

$$\mathbf{v}_{ref} = \mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{G}\boldsymbol{\theta} + \mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\eta} + \mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}} \quad (9)$$

deve ser considerada, ao invés (8), onde $\boldsymbol{\theta}$ e $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ são os parâmetros reais e estimados do robô, respectivamente, enquanto $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}$ é o vetor de erro paramétrico.

4.2 Análise de estabilidade

De (6) e (9) segue que $\mathbf{D}\dot{\mathbf{v}} + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{D}\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\eta} + \mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$, o que é equivalente a $\mathbf{D}(\boldsymbol{\sigma} - \dot{\mathbf{v}}) = -\mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$. Considerando $\boldsymbol{\sigma} - \dot{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{v}}$, onde $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{ref} - \mathbf{v}$ e $\mathbf{K} = \text{diag}(k_u, k_\omega) > \mathbf{0}$, resulta $\mathbf{D}(\tilde{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{v}}) = -\mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}}$, que é equivalente a

$$\dot{\tilde{\mathbf{v}}} = -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{G}\tilde{\boldsymbol{\theta}} - \mathbf{K}\tilde{\mathbf{v}}, \quad (10)$$

que representa a equação de erro do controlador.

Para verificar a estabilidade do sistema se considera a função candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{D} \tilde{\mathbf{v}} + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\gamma} \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \quad (11)$$

onde $\boldsymbol{\gamma} \in \mathcal{R}^{6 \times 6}$ é uma matriz diagonal definida positiva e $\mathbf{D} > \mathbf{0}$. Usando $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta} \Rightarrow \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}$ ($\boldsymbol{\theta}$ é considerado constante), a derivada temporal de (11) pode ser escrita como

$$\dot{V} = -\tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{D} \mathbf{K} \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{G} \tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\gamma} \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}. \quad (12)$$

Duas leis de atualização de parâmetros são consideradas para o controlador adaptativo proposto. A primeira é

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\gamma}^{-1} \mathbf{G}^T \tilde{\mathbf{v}}. \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12) obtém-se que

$$\dot{V} = -\tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{D} \mathbf{K} \tilde{\mathbf{v}} \leq 0, \quad (14)$$

que permite verificar a estabilidade do equilíbrio na origem do erro do sistema, dado pela equação (10). Isto implica que $\tilde{\mathbf{v}}$ e $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ são sinais limitados.

Integrando-se (14), obtém-se

$$V(T) - V(0) = -\int_0^T \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{DK} \tilde{\mathbf{v}} dt,$$

e, desprezando $V(T)$, verifica-se que

$$V(0) \geq \int_0^T \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{DK} \tilde{\mathbf{v}} dt. \quad (15)$$

Para \mathbf{DK} resultando em uma matriz simétrica e definida positiva,

$$\lambda_{\min}(\mathbf{DK}) \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 \leq \tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{DK} \tilde{\mathbf{v}} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{DK}) \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2, \quad (16)$$

com $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$ e $\lambda_{\max}(\mathbf{A})$ representando os autovalores mínimo e máximo da matriz \mathbf{A} .

De (15) e (16), obtém-se que

$$\int_0^T \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 dt \leq \frac{V(0)}{\lambda_{\min}(\mathbf{DK})}, \quad \forall T,$$

o que significa que $\tilde{\mathbf{v}}$ é um sinal de quadrado integrável. Além disso, $\tilde{\mathbf{v}}$ é limitado, como pode ser visto de (10) tendo em conta que $\tilde{\mathbf{v}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ e \mathbf{G} são todos limitados. Esse fato implica que $\tilde{\mathbf{v}}$ é uniformemente contínuo. De acordo com o Lema de Barbalat (Aström e Wittenmark, 1995), pode-se concluir que $\tilde{\mathbf{v}} \rightarrow \mathbf{0}$ quando $t \rightarrow \infty$, o que garante a convergência assintótica dos erros de controle a zero.

A lei de atualização de parâmetros (13) funciona como um integrador, e, portanto, pode causar problemas de robustez quando ocorrem erros de medição, ruídos ou distúrbios no sinal medido. Uma possível forma de evitar a divergência dos parâmetros é desativar a adaptação quando o valor de erro for menor do que um limite, como mostrado em (Martins et al., 2007). Outra maneira de se evitar tal divergência é introduzir uma modificação sigma na lei de atualização dos parâmetros, como mostrado em (Kaufman, Barkana e Sobel, 1998) e exemplificado em (Nasisi e Carelli, 2003), que apresenta um controlador servo-visual com modificação sigma aplicado a um manipulador robótico.

Daí, a lei de atualização de parâmetros com modificação sigma, a saber,

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\gamma}^{-1} \mathbf{G}^T \tilde{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\gamma}^{-1} \boldsymbol{\Gamma} \tilde{\boldsymbol{\theta}}, \quad (17)$$

onde $\boldsymbol{\Gamma} \in \mathfrak{R}^{6 \times 6}$ é uma matriz de ganhos positivos, é também considerada neste trabalho. Escrevendo-a como

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}} = \boldsymbol{\gamma}^{-1} \mathbf{G}^T \tilde{\mathbf{v}} - \boldsymbol{\gamma}^{-1} \boldsymbol{\Gamma} \tilde{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\gamma}^{-1} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\theta}, \quad (18)$$

e substituindo o resultado em (12), tem-se que

$$\dot{V} = -\tilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{DK} \tilde{\mathbf{v}} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma} \tilde{\boldsymbol{\theta}} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\theta}. \quad (19)$$

Definindo as constantes $\mu_{DK} = \chi(\mathbf{DK})$ e $\mu_{\boldsymbol{\Gamma}} = \chi(\boldsymbol{\Gamma})$, onde $\chi(\mathbf{A}) = \sqrt{\lambda_{\min}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}$, isto é, o menor valor singular

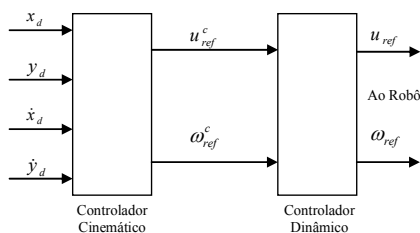


Fig. 3. Diagrama de blocos da estrutura do controlador.

da matriz \mathbf{A} , sendo λ_{\min} seu menor autovalor, pode-se escrever que

$$\dot{V} \leq -\mu_{DK} \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 - \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \|\boldsymbol{\theta}\|. \quad (20)$$

Considere-se, agora, a relação

$$\left(\frac{1}{\xi} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| - \xi \|\boldsymbol{\theta}\| \right)^2 = \frac{1}{\xi^2} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 - 2 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \|\boldsymbol{\theta}\| + \xi^2 \|\boldsymbol{\theta}\|^2,$$

que resulta em

$$\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \|\boldsymbol{\theta}\| = \frac{1}{2\xi^2} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \frac{\xi^2}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\xi} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| - \xi \|\boldsymbol{\theta}\| \right)^2, \quad \xi \in \mathfrak{R}^+.$$

Desprezando o termo negativo, a desigualdade

$$\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| \|\boldsymbol{\theta}\| \leq \frac{1}{2\xi^2} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \frac{\xi^2}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|^2 \quad (21)$$

é obtida. Substituindo, agora, (21) em (20), obtém-se

$$\dot{V} \leq -\mu_{DK} \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 - \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \left(\frac{1}{2\xi^2} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \frac{\xi^2}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|^2 \right),$$

ou, equivalentemente,

$$\dot{V} \leq -\mu_{DK} \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 - \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \left(1 - \frac{1}{2\xi^2} \right) \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \frac{\xi^2}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|^2. \quad (22)$$

Definindo, agora, os parâmetros

$$\alpha_1 = \mu_{DK} > 0 \text{ e } \alpha_2 = \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \left(1 - \frac{1}{2\xi^2} \right) > 0,$$

com ξ convenientemente selecionado, a equação (22) pode ser reescrita como

$$\dot{V} < -\alpha_1 \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 - \alpha_2 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \rho, \quad (23)$$

onde $\rho = \mu_{\boldsymbol{\Gamma}} \frac{\xi^2}{2} \|\boldsymbol{\theta}\|^2$.

Reescrevendo (11) como

$$V \leq \beta_1 \|\tilde{\mathbf{v}}\|^2 + \beta_2 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|^2, \quad (24)$$

onde $\beta_1 = (1/2)g_D$, $\beta_2 = g_{\boldsymbol{\gamma}}$, $g_{\boldsymbol{\gamma}} = \kappa_{\max}(\boldsymbol{\gamma})$ e

$g_D = \kappa_{\max}(\mathbf{D})$, com $\kappa_{\max} = \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{A}^T \mathbf{A})}$ denotando os valores singulares máximos de \mathbf{A} , obtém-se que

$$\dot{V} \leq -\Lambda V + \rho, \quad (25)$$

com $\Lambda = \min \left\{ \frac{\alpha_1}{\beta_1}, \frac{\alpha_2}{\beta_2} \right\}$. Como ρ é limitado, tal equação

permite concluir que $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ e $\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)$ são finalmente limitados.

Retomando a análise do erro de seguimento de trajetória $\tilde{\mathbf{h}}$ da Seção 3, agora desconsiderando a suposição de seguimento de trajetória perfeito, tem-se que a equação (5) se torna

$$\begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_x & 0 \\ 0 & l_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde o vetor de erro $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2]^T$ representa o erro de seguimento de velocidade previamente definido como $\tilde{\mathbf{v}}$. Em forma compacta, a equação (26) pode ser reescrita como $\tilde{\mathbf{h}} + \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{h}}) = \tilde{\mathbf{v}}(t)$, onde

$$\mathbf{L}(\tilde{\mathbf{h}}) = \begin{bmatrix} l_x & 0 \\ 0 & l_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh\left(\frac{k_x}{l_x} \tilde{x}\right) \\ \tanh\left(\frac{k_y}{l_y} \tilde{y}\right) \end{bmatrix}.$$

Considerando a mesma função candidata de Lya-

punov da Seção 3.1, a saber, $V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{h}}^T \tilde{\mathbf{h}} > 0$, sua primeira derivada temporal é calculada como $\dot{V} = \tilde{\mathbf{h}}^T \dot{\tilde{\mathbf{h}}} = -\tilde{\mathbf{h}}^T \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{h}}) + \tilde{\mathbf{h}}^T \tilde{\mathbf{v}}$. Uma condição suficiente para que $\dot{V} < 0$ pode ser expressa como $\tilde{\mathbf{h}}^T \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{h}}) > \|\tilde{\mathbf{h}}^T \tilde{\mathbf{v}}\|$. Para valores pequenos de erro de controle, $\tilde{\mathbf{h}}$, tem-se que

$$\tilde{\mathbf{h}}^T \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{h}}) \approx \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \|\tilde{\mathbf{h}}\|^2$$

e a condição suficiente para $\dot{V} < 0$ é que

$$\|\tilde{\mathbf{h}}\| > \frac{\|\tilde{\mathbf{v}}\|}{\min(k_x, k_y)}. \quad (27)$$

Para o caso em que se considera a lei de atualização dada por (13), foi provado que $\tilde{\mathbf{v}}(t) \rightarrow \mathbf{0}$, o que permite imediatamente concluir que a condição (27) é assintoticamente verificada para algum valor de $\tilde{\mathbf{h}}$ e, assim, finalmente se conclui que $\tilde{\mathbf{h}}(t) \rightarrow \mathbf{0}$, ou seja, o objetivo de controle é satisfeito. Por outro lado, considerando a lei de adaptação robusta com a modificação sigma, dada em (17), foi provado que $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ fica limitado por um valor R que é a norma do sinal. Assim, conclui-se que o erro de controle de seguimento também ficará limitado por um valor $R / \min(k_x, k_y)$ que é a norma do erro de controle.

5 Resultados Experimentais

Alguns resultados de experimentos e simulações são apresentados nesta seção. O controlador proposto foi implementado em um robô móvel *Pioneer 3-DX*, que tem como referências as velocidades linear e angular. O controlador foi iniciado com os parâmetros dinâmicos de um *Pioneer 2-DX*, obtidos via identificação. O *Pioneer 3-DX* possui um sensor laser de 4,5 kg, um acréscimo de massa que modifica consideravelmente o seu comportamento dinâmico, em relação ao *Pioneer 2-DX* (originalmente, ambos os robôs possuem aproximadamente a mesma massa, de 9 kg). Essa diferença causada pelo sensor laser provoca um erro de cerca de 10% nos valores dos parâmetros, erro este presente no início de todos os experimentos.

No experimento, o robô parte das coordenadas $x = 0,2$ m e $y = 0,0$ m, e deve seguir uma trajetória de referência circular, com centro em $(0,0$ m, $0,8$ m). Tal trajetória inicia em $(0,8$ m, $0,8$ m), e segue mantendo um raio de $0,8$ m raio até 50 s, quando seu raio subitamente diminui para $0,7$ m. A partir daí, o raio da trajetória de referência segue alternando em degraus entre $0,7$ e $0,8$ m, a cada 60 s.

A Fig. 4 mostra os erros de distância para experimentos com robô sendo controlado pelo controlador proposto, com e sem atualização de parâmetros, para seguir a referência descrita. O erro de distância é definido como sendo a distância instantânea entre a referência e a posição real do robô. O erro inicial elevado observado na Fig. 4 se deve ao fato de que a trajetória

de referência se inicia em um ponto distante da posição inicial do robô.

O controlador proposto foi testado primeiramente sem atualização de parâmetros. Pode ser observado na Fig. 4 que, neste caso, o erro de trajetória em regime permanente tem um valor médio de aproximadamente 0,2 m. Note-se que tal valor de erro se mantém mesmo depois que o raio da trajetória de referência muda. A mesma figura mostra o erro de distância para o caso em que há atualização dos parâmetros dinâmicos – neste caso, foi usada a lei de atualização de parâmetros com modificação sigma, dada em (17). É possível observar que neste caso o erro de seguimento de trajetória tem um valor muito menor do que 0,2 m.

A evolução dos parâmetros estimados é apresentada na Fig. 5, onde pode ser visto que todos eles convergem para valores fixos.

O sistema completo foi também simulado, para verificar seu comportamento quando operando por longo período. O modelo dinâmico do robô móvel unicycle apresentado na Seção 2 e a estrutura de controle completa usando modificação sigma foram implementa-

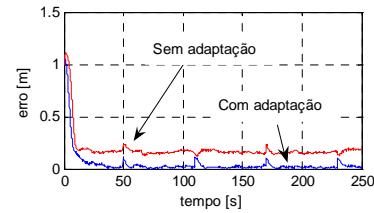


Fig. 4. Erros de distância com e sem atualização de parâmetros.

dos, e simulados por um período de quase 20 horas. A trajetória de referência para a simulação foi a mesma utilizada nos experimentos descritos anteriormente. A Fig. 6 mostra a evolução dos parâmetros estimados, nesse caso, e pode-se observar que todos convergem.

Outro experimento realizado visou mostrar o comportamento do sistema para um problema de regulação. Neste caso, é dado um ponto de referência fixo. O robô parte do ponto $(0,2$ m, $0,0$ m), e deve alcançar o ponto de referência $(-2,0$ m, $2,8$ m). Pode ser observado na Fig. 7 que o controlador proposto apresenta um bom desempenho, levando o robô até o ponto de referência dado. A Fig. 8 mostra que o erro de distância tende a zero quando o robô completa o percurso, e

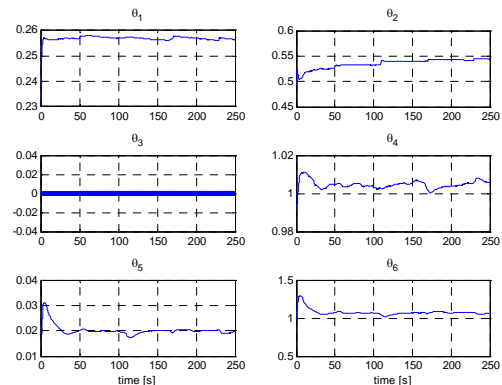


Fig. 5. Evolução dos parâmetros estimados em experimento utilizando lei de atualização de parâmetros com modificação sigma.

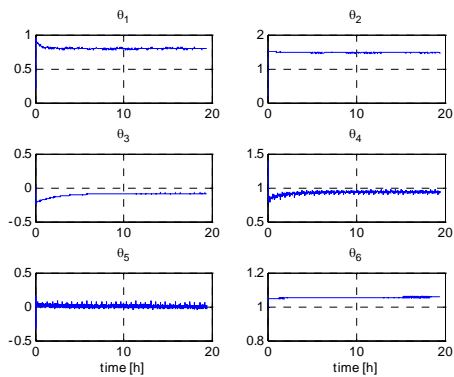


Fig. 6. Evolução dos parâmetros estimados - simulação de 20 horas.

na Fig. 9 pode ser visto que o robô pára completamente quando alcança o ponto de referência, ou seja, as velocidades linear e angular vão para zero.

6 Conclusão

Foi projetado e implementado um controlador adaptativo de seguimento de trajetória para robôs móveis tipo uniciclo. Tal controlador está dividido em duas partes baseadas nos modelos cinemático e dinâmico do robô. Uma lei de atualização de parâmetros com modificação sigma foi proposta e a estabilidade do sistema foi demonstrada. Resultados experimentais demonstram o bom desempenho do controlador para seguimento de trajetória e posicionamento. Resultados de simulação mostram que os parâmetros convergem mesmo para o sistema funcionando por um longo período de tempo.

Agradecimentos

Os autores agradecem à CAPES/MEC e à SPU/Argentina pelo apoio à parceria UFES-UNSJ (projeto 018/04 CAPG-BA) onde este trabalho se insere. O autor Felipe Martins também agradece à UCL – Faculdade do Centro Leste, pelo incentivo que proporcionou sua participação neste trabalho.

Referências Bibliográficas

Aström, K. J. e Wittenmark, B. (1995). *Adaptive Control*, 2a. edição, Addison-Wesley Publishing Company, pp. 199-223.

Carelli, R., Secchi, H. e Mut, V. (1999). Algorithms for Stable Control of Mobile Robots with Obstacle Avoidance, *Latin American Applied Research*, Vol. 29, pp. 191-196.

Das, T. e Kar, I. N. (2006). Design and Implementation of an Adaptive Fuzzy Logic-Based Controller for Wheeled Mobile Robots, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, no. 3, pp. 501-510.

De La Cruz, C. (2006). Control de Formación de Robots Móviles, *Tese de Doutorado*, Universidade Nacional de San Juan, San Juan, Argentina.

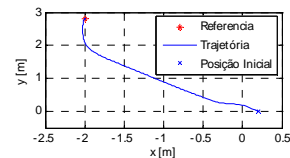


Fig. 7. Trajetória do robô para referência de ponto fixo.

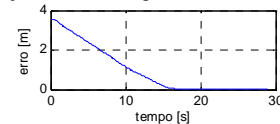


Fig. 8. Erro de distância para referência de ponto fixo.

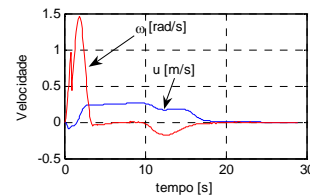


Fig. 9. Velocidades linear (u) e angular (ω) para referência fixa.

Dong, W. e Guo, Y. (2005). Dynamic tracking control of uncertain mobile robots, *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2774-2779.

Fukao, T., Nakagawa, H. e Adachi, N. (2000). Adaptive Tracking Control of a Mobile Robot, *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, Vol. 16, no. 5, pp. 609-615.

Kaufman, H., Barkana, I. e Sobel, K. (1998). *Direct adaptive control algorithms, theory and applications*, 2a. edição, New York, pp. 182-184.

Kim, M. S., Shin, J. H. e Lee, J. J. (2000). Design of a Robust Adaptive Controller for a Mobile Robot, *Proceedings of the IEEE/RSJ Int. Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1816-1821.

Lages, W. F. e Hemerly, E. M. (2000). Controle de Robôs Móveis Utilizando Transformação Descontínua e Linearização Adaptativa, *XIII Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2000*, pp. 2251-2256.

Liu, S., Zhang, H., Yang, S. X. e Yu, J. (2004). Dynamic Control of a Mobile Robot Using an Adaptive Neurodynamics and Sliding Mode Strategy, *5th World Congress on Intelligent Control and Automation*, China, pp. 5007-5011.

Martins, F. N., Celeste, W. C., Carelli, R., Sarcinelli Filho, M. e Bastos Filho, T. F. (2007). Kinematic and Adaptive Dynamic Trajectory Tracking Controller for Mobile Robots, *Proceedings of the 3rd Int. Conf. on Advances in Vehicle Control and Safety*, pp. 29-34, Buenos Aires, Argentina.

Nasisi, O. e Carelli, R. (2003). Adaptive Servo Visual Robot Control, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 43, pp. 51-78.

Wu, W., Chen, H., Wang, Y. e Woo, P. (1999). Adaptive Exponential Stabilization of Mobile Robots with Uncertainties, *Proceedings of the IEEE 38th Conference on Decision and Control*, Phoenix, Arizona, USA, pp.3484-3489.